

Matematica III

Docente: Giulio Galise
CdL in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni, A.A. 2021/2022

Esercitazione 3

Esercizio 1. Calcolare le derivate parziali delle seguenti funzioni:

- 1) $f(x, y) = \sin(xy)$ 2) $f(x, y) = \frac{\tan x}{\tan y}$ 3) $f(x, y) = \log\left(\sin \frac{1+x}{y}\right)$
- 4) $f(x, y) = x^y$ 5) $f(x, y) = \sqrt{2 + x^2y^4 + \sin^5\left(\frac{1}{x}\right)}$ 6) $f(x, y) = |x - y|$ per $x \neq y$
- 8) $f(x, y, z) = \cos(e^{xy}) \arcsin(yz)$
- 9) $f(x) = \|x\|$ per $x \neq 0$ 10) $f(x) = x \cdot v$ con $v \in \mathbb{R}^N$ fissato.

In 9)-10), x è la variabile in \mathbb{R}^N , quindi $x = (x_1, \dots, x_N)$.

Esercizio 2. Sia

$$f(x, y) = |y| \sin(x^2 + y^2).$$

- Calcolare $\nabla f(x, y)$ con $y \neq 0$.
- Calcolare $\nabla f(\pm\sqrt{n\pi}, 0)$ per $n = 0, 1, 2, \dots$
- Dimostrare che f non è derivabile nei punti $(x, 0)$ con $x \neq \pm\sqrt{n\pi}$.

Esercizio 3. Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \sqrt[6]{x^4y^2}$$

è differenziabile nel punto $(0, 0)$.

Esercizio 4. Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x|y|^\alpha}{x^2 + y^2 + x^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

dove $\alpha > 0$. Si chiede di determinare i valori di α tali che:

- f è continua in \mathbb{R}^2 ;
- f è differenziabile in \mathbb{R}^2 . Per tali valori di α scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0, 0)$.